MINISTERUL APĂRĂRII NAŢIONALE
ACADEMIA NAVALĂ “MIRCEA CEL BĂTRÂN”
FACULTATEA DE INGINERIE MARINĂ
SECŢIA MARINĂ MILITARĂ
SESIUNEA IULIE 2015

APROB,
PREŞEDINTELE COMISIEI DE ADMITERE ANMB
Cdor
Conf.univ.dr.ing.
Mihail PRICOP

PREŞEDINTELE COMISIEI DE ADMITERE F.I.M.
Şef lucrări univ.dr.ing.
Marian RISTEA

PROBA SCRISĂ LA MATEMATICĂ

1. a) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $\sqrt{x}+2x+3=0$.
   b) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $2^{2x}+6^{x}-2\cdot 3^{2x}=0$.
   c) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $\log_{5x-2}\left(2x^2\right)=\log_{5x-2}\left(x+1\right)$.

2. Se consideră determinantul

$$D(x)=\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ x & x^2 & 1 \\ x^2 & x & 1 \end{vmatrix},\quad x\in\mathbb{R}.$$

   a) Să se scrie forma polinomială pentru $D(x)$.
   b) Să se calculeze $D(1)$ şi $D(2)$.
   c) Să se rezolve inecuaţia $D(x)\geq 0$.

3. a) Să se rezolve ecuaţia $f'(x)=0$, unde $f:(0,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\cdot(\ln x)^2$.
   b) Să se scrie ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+3}$.
   c) Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\begin{cases} a\cdot x\cdot e^{x}, & x\leq 0 \\ b\left(x^2+x-2\right)+c, & x>0 \end{cases},\quad a,b,c\in\mathbb{R}.$$

Să se determine relaţia dintre parametrii reali a,b,c astfel încât f să fie derivabilă în $x=0$.

4. Pe mulţimea $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziţie $x \circ y = x + y - 3$.

a) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ inecuaţia $(\log_2 x) \circ (\log_4 x) \geq 0$.

b) Să se determine $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ astfel încât $A_n^1 \circ C_n^2 = 3$.

c) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $x \circ x \circ x \circ x = 2015$.

5. a) Să se calculeze aria suprafeţei plane cuprinse între graficul funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x = 0$ şi $x = 1$.

b) Să se calculeze volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g : [0,3] \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x^2 + 10}$.

c) Fie $h : [2, +\infty) \to \mathbb{R}$, $h(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$. Să se determine parametrul $a \in \mathbb{R}$, $a > 2$, astfel încât aria suprafeţei plane mărginită de graficul funcţiei h, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x = 2$ şi $x = a$, să fie egală cu $\ln 3$.

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul de lucru este 3 ore.

SECRETARUL COMISIEI DE ADMITERE F.I.M.

Şef lucrări univ.dr.ing.

Cătălin CLINCI

MINISTERUL APĂRĂRII NAŢIONALE
ACADEMIA NAVALĂ "MIRCEA CEL BĂTRÂN"
FACULTATEA DE INGINERIE MARINĂ
SECŢIA MARINĂ MILITARĂ
SESIUNEA IULIE 2015

APROB,
PREŞEDINTELE COMISIEI DE ADMITERE ANMB
Cdor
Conf.univ.dr.ing.
Mihail PRICOP

PREŞEDINTELE COMISIEI DE ADMITERE F.I.M.
Şef lucrări univ.dr.ing.
Marian RISTEA

BAREM
PROBA SCRISĂ LA MATEMATICĂ

1. Oficiu 1p

a) $x \geq 0,\ -2x-3 \geq 0$ 1p

$x \in [0,+\infty) \cap \left(-\infty,-\frac{3}{2}\right] \Rightarrow x \in \phi$ 1p

Ecuaţia nu admite soluţii reale 1p

b) Prin împărţire cu 3^{2x}, ecuaţia este echivalentă cu $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^{x} - 2 = 0$ 1p

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t > 0,\ t^2 + t - 2 = 0$ 1p

$t_1 = -2, t_2 = 1$ 0,5p

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = 1 \Rightarrow x = 0$ 0,5p

c) $5x-2>0, 5x-2 \neq 1, x+1>0 \Rightarrow x \in \left(\frac{2}{5},+\infty\right), x \neq \frac{3}{5}, x > -1$ 0,5p

$x \in \left(\frac{2}{5},+\infty\right) - \left\{\frac{3}{5}\right\}$ 0,5p

$2x^2 = x+1 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$ 1p

$x_1 = -\frac{1}{2},\ x_2 = 1$ 0,5p

$x = 1$ - soluţie unică 0,5p

2. Oficiu 1p
a) Modul de calcul 2p
$D(x)=-x\left(x^5-x^3-x^2+1\right)=-x(x-1)^2(x+1)\left(x^2+x+1\right)$ 1p
b) $D(1)=0$ 2p
$D(2)=-42$ 1p
c) $-x(x+1)\geq 0$ pentru $x\in[-1,0]$ 1p
$(x-1)^2\left(x^2+x+1\right)\geq 0$ pentru $x\in\mathbb{R}$ 1p
$D(x)\geq 0$ pentru $x\in[-1,0]\cup\{1\}$ 1p

3. Oficiu 1p
a) $f'(x)=x'(\ln x)^2+x\cdot 2(\ln x)\dfrac{1}{x}=(\ln x)^2+2\ln x$ 1p
$f'(x)=0\Rightarrow(\ln x)(\ln x+2)=0$,
$\ln x=0\Rightarrow x=1\notin(0,1)$ 1p
$\ln x+2=0\Rightarrow x=\dfrac{1}{e^2}\in(0,1)$ 1p

b) $y-f(1)=f'(1)(x-1)$ 1p
$f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ 1p
$2y-x-3=0$ 1p

c) f continuă în $x=0$ $\Leftrightarrow \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=f(0)$, $-2b+c=0$ 1p
f derivabilă în $x=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f'(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f'(x)$,
$f'(x)=\begin{cases} a\cdot e^x+a\cdot x\cdot e^x, & x<0\\ (2x+1)b, & x>0\end{cases}$ 1p
Din $c=2b$ şi $a=b$, rezultă $a=b=\dfrac{c}{2}$ 1p

4. Oficiu 1p

a) Condiţie de existenţă $x>0$ 0,5p

$(\log_2 x)\circ(\log_4 x)\geq 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\log_2 x-3\geq 0$ 1,5p

$x\in[4,+\infty)$ 1p

b) $A_n^1=\frac{n!}{(n-1)!}=n,\ C_n^2=\frac{n!}{2!(n-2)!}=\frac{n(n-1)}{2}$ ....

1p

$A_n^1\circ C_n^2=3\Leftrightarrow n^2+n-12=0$ 1p

$\left.\begin{array}{l} n_1=-4, n_2=3, \\ n\in\mathbb{N}, n\geq 2 \end{array}\right\} \Rightarrow n=3$ 1p

c) $x\circ x\circ x\circ x=4x-9$ 1.5p

$4x-9=2015$ 0,5p

$x=506$ 1p

5. Oficiu 1p

a) $A=\int_0^1 |f(x)|dx$ 0,5p

$A=\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx$

Notăm: $1-x^2=t\Rightarrow -2xdx=dt$ 0,5p

$x=0\Rightarrow t=1,\ x=1\Rightarrow t=0$ 0,5p

$A=\frac{1}{2}\int_0^1\sqrt{t}dt$ ....

0,5p

$A=\frac{1}{3}t^{\frac{3}{2}}\Big|_0^1=\frac{1}{3}$ ....

1p

b) $V=\pi\int_0^3 g^2(x)dx$ 1p

$V=\pi\int_0^3(x^2+10)dx$ 0,5p

$V=\pi\left(\frac{x^3}{3}\Big|_0^3+10x\Big|_0^3\right)$ 0,5p

$V=39\pi$ 1p

c) $A=\int_2^a \left|f(x)\right| dx=\int_2^a \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}\right) dx$ 1p

$A=\ln x\Big|_2^a+\ln(x-1)\Big|_2^a$ 0,5p

$A=\ln a-\ln 2+\ln(a-1)$ 0,5p

$\ln a-\ln 2+\ln(a-1)=\ln 3 \Leftrightarrow \ln a(a-1)=\ln 6$ 0,5p

$a^2-a-6=0 \Rightarrow a_1=3, a_2=-2$; $a=3$- soluţie 0,5p

NOTĂ. Orice altă rezolvare corectă va primi punctajul maxim.

SECRETARUL COMISIEI DE ADMITERE F.I.M.
Lt.Cdor
Ș.l.univ.dr.ing. Cătălin CLINCI